**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Стохастический анализ

Stochastic Analysis

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051651

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

- ознакомление обучающихся с основными понятиями теории стохастических процессов и стохастического анализа;

- приобретение навыков работы со стохастическими процессами и применения традиционной техники работы с ними.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Обучающиеся должны обладать знаниями по математическому и функциональному анализу и по теории вероятностей в объеме стандартного университетского курса.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Знать содержание программы курса и иметь представление о возможностях  
применения ее разделов в различных прикладных задачах.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Интерактивные лекции.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  | 10 | 2 |
|  | 2-100 |  |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Случайные процессы: определения примеры. Теорема Колмогорова о продолжении меры.  Эквивалентные процессы. Измеримость. Регуляризация процессов. Непрерывность траекторий,  условия Колмогорова непрерывности траекторий. Винеровский процесс, процесс Пуассона.  Классификация процессов. | лекции | 6 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 2 | Случайное блуждание. Возвратность. Теорема восстановления. | лекции | 2 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 3 | L\_2 теория случайных процессов. Процессы с ортогональными приращениями. Стохастические интегралы.  Стационарные в широком смысле процессы и их спектральное представление. Задача прогноза. | лекции | 4 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 4 | Процессы с независимыми приращениями. Представление стохастически непрерывных процессов с независимыми приращениями. | лекции | 4 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 5 | Мартингалы. Неравенства Дуба. Сходимость мартингалов. | лекции | 2 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 6 | Марковские процессы. Основные определения. Однородные марковские процессы и ассоциированные полугруппы. Резольвента, производящий оператор. Теорема Хилле – Иосиды. | лекции | 4 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 7 | Однородные вполне разрывные марковские процессы. Процессы со счетным множеством состояний.  Процессы рождения и гибели. Ветвящиеся процессы. | лекции | 4 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 4 |
| 8 | Диффузионные процессы. Стохастические интегралы Ито. Стохастические дифференциальные уравнения.  Формула Ито. | лекции | 4 |
| самостоятельная работа по методическим материалам | 2 |
| 9 | Промежуточная аттестация | Зачет | 2 |
| самостоятельная работа | 10 |
| Итого | | | 72 |

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и изучение литературы.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Промежуточная аттестация проводится в форме традиционного зачета.

Зачет проводится в устной форме. Билет содержит 2 вопроса, на подготовку к ответу в аудитории отводится не менее 1 академического часа.

После ответа на вопросы билета, преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме из списка вопросов, вынесенных на зачет. В качестве дополнительных используются вопросы, не требующие длительного вывода и трудоемких вычислений, в том числе основные определения, примеры и логические связи, содержащиеся в курсе.

После ответа на основные и дополнительные вопросы экзаменуемому может быть выдана задача, требующая применения основных идей курса.

По совокупности ответов экзаменуемого выставляется оценка «зачет», «незачет».

Критерии выставления оценок за ответ на зачете:

Оценка «зачет» выставляется, если выполняются три условия:

1. Экзаменуемым в целом дан ответ по всем вопросам билета;

2. Экзаменуемый отвечает более чем на 70% дополнительных вопросов.

3. Экзаменуемый решил выданную задачу.

Оценка «незачет» выставляется, если не выполняются условия для получения оценки «зачет».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Примерный список вопросов на зачете:

1. Случайные процессы: определения примеры. Теорема Колмогорова о продолжении меры.

2. Эквивалентные процессы. Измеримость. Регуляризация процессов. Непрерывность траекторий,

условия Колмогорова непрерывности траекторий.

3. Винеровский процесс, процесс Пуассона. Классификация процессов.

4. Случайное блуждание. Возвратность. Теорема восстановления.

5. L\_2 теория случайных процессов. Процессы с ортогональными приращениями. Стохастические интегралы.

6. Стационарные в широком смысле процессы и их спектральное представление.

7. Задача прогноза.

8. Процессы с независимыми приращениями.

9. Представление стохастически непрерывных процессов с независимыми приращениями.

10. Мартингалы. Неравенства Дуба. Сходимость мартингалов. 2 часа.

11. Марковские процессы. Основные определения. Однородные марковские процессы и ассоциированные

полугруппы.

12. Резольвента, производящий оператор. Теорема Хилле – Иосиды.

13. Однородные вполне разрывные марковские процессы. Процессы со счетным множеством состояний.

14. Процессы рождения и гибели. Ветвящиеся процессы.

15. Диффузионные процессы. Стохастические интегралы Ито.

16. Стохастические дифференциальные уравнения. Формула Ито.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине «Обработка данных и представление результатов» осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению специального курса должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Для проведения занятий требуется стандартная аудитория, оборудованная доской и мелом.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не предусмотрено.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрено.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусмотрено.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Для проведения занятий по дисциплине требуется мел.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. А. В. Булинский, А. Н. Ширяев, Теория случайных процессов, М,  
Физматлит, 2003.

2. R.Durret, Essentials of Stochastic Processes, Springer, 1999.

3. D. Revus, M. Yor, Continious martiingales and brownian motion,  
Springer, 1994.

4. M. Lifshits, Lectures on Gaussian Processes, Springer, 2012.

5. P. Moerters, Yu. Peres, Brownian Motion, Cambridge Univ. Press, 2010.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. А. Д. Вентцель, Курс теории случайных процессов, М, Наука, 1996.

2. И. Л. Гихман, А. В. Скороход, Введение в теорию случайных процессов, М.,  
Наука, 1977.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется

**Раздел 4. Разработчики программы**

Ибрагимов Ильдар Абдуллович, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор кафедры Теории вероятностей и математической статистики, ibr32@pdmi.ras.ru